



— APL – Exercice d'application

— SYN – Exercice de synthèse

— THE – Exercice théorique

— APR – Exercice d'approfondissement

★★★ : Difficulté estimée de l'exercice

Exercice 1: Signe d'une expression affine | APL-A4-01 | ★

Pour chacune des expressions suivantes, déterminer la valeur de x pour laquelle elle s'annule, puis dresser son tableau de signes sur \mathbb{R} .

1. $A(x) = 2x - 6$

3. $C(x) = 4 - x$

5. $E(x) = -5 - 2x$

2. $B(x) = -3x + 15$

4. $D(x) = \frac{x}{3} + 1$

6. $F(x) = 7x$

Exercice 2: Inéquations produit | APL-A4-02 | ★★

Pour chaque inéquation, dresser le tableau de signes du produit puis résoudre. On donnera les solutions sous forme d'intervalle(s).

1. $(2x - 6)(-x + 4) \geq 0$

2. $(3x + 9)(5 - 2x) < 0$

3. $(-x + 1)(-2x - 3) \leq 0$

4. $(4x - 8)(x + 1) > 0$

5. $(7 - x)(3x + 6) \geq 0$

6. $(-3x + 12)(2x + 5)(-x + 3) \leq 0$

Exercice 3: Inéquations quotient | APL-A4-03 | ★★

Pour chaque inéquation, dresser le tableau de signes du quotient puis résoudre. On précisera la ou les valeurs interdites.

1. $\frac{x - 3}{2x + 1} \leq 0$

2. $\frac{-4x + 8}{x + 5} > 0$

3. $\frac{3 - x}{-2x + 7} \geq 0$

4. $\frac{5x + 10}{1 - 3x} < 0$

5. $\frac{2x - 1}{-x + 6} \leq 0$

6. $\frac{-x + 4}{3x - 9} > 0$

Exercice 4: Différence de deux carrés | APL-A4-04 | ★★★

En utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, factoriser chaque expression puis étudier son signe sur \mathbb{R} (ou sur son ensemble de définition).

1. $x^2 - 9$
2. $4x^2 - 25$
3. $x^2 - 3$
4. $\frac{x^2 - 16}{x + 1}$
5. $\frac{9 - x^2}{2x - 1}$

Exercice 5: Carré parfait et trinôme | SYN-A4-05 | ★★★

Factoriser chaque expression (en reconnaissant un carré parfait ou en cherchant les racines du trinôme), puis étudier son signe.

1. $x^2 - 6x + 9$
2. $4x^2 + 12x + 9$
3. $x^2 - 5x + 6$
4. $x^2 + 3x - 10$
5. $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$

Indication : factoriser le numérateur et le dénominateur séparément.

Exercice 6: Mise sous forme factorisée | SYN-A4-06 | ★★★

Résoudre chaque inéquation en se ramenant à une forme factorisée.

1. $\frac{x^2 - 1}{x + 3} \leq 0$
2. $(2x - 1)^2 - 9 \geq 0$

Indication : poser $A = 2x - 1$ et reconnaître $A^2 - 3^2$.

3. $\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} > 0$
4. $(x + 3)^2 - (2x - 1)^2 \leq 0$

Indication : utiliser $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ directement.

Exercice 7: Le bénéfice du boulanger | SYN-A4-07 | ★★★

Un artisan boulanger vend chaque jour x pains au prix unitaire de 1,20 €. Ses coûts de production journaliers sont modélisés par :

$$C(x) = 0,8x + 40$$

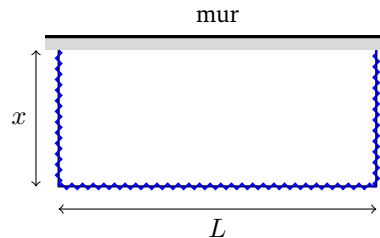
où $C(x)$ est exprimé en euros.

1. Exprimer la recette $R(x)$ en fonction de x .
2. En déduire l'expression du bénéfice $B(x) = R(x) - C(x)$.
3. Résoudre l'inéquation $B(x) \geq 0$. Pour quelles quantités de pains vendus le boulanger réalise-t-il un bénéfice ?

4. À partir de combien de pains le bénéfice dépasse-t-il 20 €?

Exercice 8: L'enclos du jardinier | SYN-A4-08 | ★★★

Un jardinier dispose de 20 m de grillage pour clôturer un enclos rectangulaire. L'un des côtés est adossé à un mur existant et ne nécessite pas de grillage.



On note x la largeur de l'enclos (en mètres), avec $0 < x < 10$.

1. Exprimer la longueur L en fonction de x .
2. En déduire l'aire $A(x)$ de l'enclos en fonction de x .
3. Le jardinier souhaite une aire d'au moins 48 m^2 . Résoudre l'inéquation $A(x) \geq 48$.
Indication : développer, puis factoriser le trinôme obtenu.
4. Montrer que $A(x) = -2(x - 5)^2 + 50$.
5. En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale. Quelle est cette aire maximale?

Exercice 9: Concentration d'un médicament | SYN-A4-09 | ★★★★★

Après l'injection d'un médicament, sa concentration dans le sang (en mg/L) est modélisée par :

$$C(t) = \frac{5t}{t+2}$$

où t désigne le temps écoulé en heures ($t \geq 0$).

1. Calculer $C(0)$, $C(1)$, $C(4)$ et $C(10)$. Interpréter.
2. Le médicament est efficace lorsque sa concentration dépasse 2 mg/L. Résoudre $C(t) > 2$.
Indication : se ramener à $\frac{5t - 2(t+2)}{t+2} > 0$ et simplifier le numérateur.
3. Au-delà de 3 mg/L, des effets secondaires apparaissent. Résoudre $C(t) \leq 3$.
4. En déduire la plage horaire pendant laquelle le médicament est à la fois efficace et sans danger.

Exercice 10: Signe et paramètre | APR-A4-10 | ★★★★★

Soit a un nombre réel non nul. On considère l'inéquation :

$$\frac{x-a}{x+a} \geq 0$$

1. Quelles sont les valeurs interdites? (On distinguera selon le signe de a .)
2. **Cas** $a > 0$. Dresser le tableau de signes et résoudre l'inéquation.

3. **Cas** $a < 0$. Dresser le tableau de signes et résoudre l'inéquation.
4. Comparer les deux ensembles de solutions. Que remarque-t-on?

Exercice 11: Double inéquation | APR-A4-11 | ★★★★★

Résoudre le système d'inéquations :

$$\begin{cases} (x - 2)(x + 3) \geq 0 \\ \frac{x - 1}{x + 3} \leq 0 \end{cases}$$

1. Résoudre séparément chacune des deux inéquations.
2. Représenter les ensembles de solutions sur une même droite graduée.
3. En déduire l'ensemble des solutions du système.